Segunda parte

De EjerciciosLMF2014

```
header {* Examen 2: Lógica de primer orden *}

theory ex30
imports Main
begin


text {* ---------------------------------------------------------------
  Ejercicio 2. Formalizar el siguiente argumento
     Sultán no es Chitón. Sultán no obtendrá un plátano a menos que
     pueda resolver cualquier problema. Si el chimpancé Chitón trabaja
     más que Sultán resolverá problemas que Sultán no puede resolver.
     Todos los chimpancés distintos de Sultán trabajan más que Sultán.
     Por consiguiente, Sultán no obtendrá un plátano.
  Usar Pl(x)  para x obtiene el plátano
       Pr(x)  para x es un problema
       R(x,y) para x resuelve y
       T(x,y) para x trabaja más que y
       c      para Chitón
       s      para Sultán
  ------------------------------------------------------------------ *}

lemma ejercicio_2:
  assumes "s ≠ c"
          "Pl(s) ⟶ (∀x. Pr(x) ⟶ R(s,x))"
          "T(c,s) ⟶ (∃x. Pr(x) ∧ R(c,x) ∧ ¬R(s,x))"
          "∀x. x ≠ s ⟶ T(x,s)"
  shows   "¬Pl(s)"
oops


text {* ---------------------------------------------------------------
  Ejercicio 3. Sea R una relación binaria. Probar por deducción natural
    que si R es irreflexiva, simétrica y transitiva, entonces la relación
    R es vacía.
  ------------------------------------------------------------------ *}

lemma ejercicio_3:
  assumes "∀x. ¬R(x,x)"
          "∀x y. (R(x,y) ⟶ R(y,x))"
          "∀x y z. (R(x,y) ∧ R(y,z) ⟶ R(x,z))"
  shows "¬(∃x y. R(x,y))"
proof
  assume  "∃x y. R(x,y)"
  then obtain a where  "∃ y. R(a,y)" ..
  then obtain b where  "R(a,b)" ..
  have "∀y. (R(a,y) ⟶ R(y,a))" using assms(2) ..
  hence "R(a,b) ⟶ R(b,a)" ..
  hence "R(b,a)" using `R(a,b)` ..
  with `R(a,b)` have "R(a,b) ∧ R(b,a)" ..
  have "∀y z. (R(a,y) ∧ R(y,z) ⟶ R(a,z))" using assms(3) ..
  hence "∀z. (R(a,b) ∧ R(b,z) ⟶ R(a,z))"..
  hence "R(a,b) ∧ R(b,a) ⟶ R(a,a)"..
  hence "R(a,a)" using `R(a,b) ∧ R(b,a)` ..
  have "¬R(a,a)" using assms(1) ..
  thus False using `R(a,a)` ..
qed
```

```
end
```